4°/ Soit $f:\mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}$: $x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\ln(x^2+1)}{x} & \text{si} \quad x>0 \\ 0 & \text{si} \quad x=0 \end{cases}$

a) Montrer que f est continue en 0.

b) Montrer que f est dérivable en 0.

c) Ecrire une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0.

d) Montrer que $\forall t>0$, $\ln(1+t)\leq t$ et en déduire la position de C_f par rapport à T.

5°/a) Montrer que $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha}{\alpha^2+1}$.

b) Etudier les variations de f (on introduira la fonction g dans le calcul de f').

c) Tracer C_f dans un plan P rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 6 :

1°/ Soit la fonction $h:x \to \ln(\dfrac{1+x}{x})-\dfrac{1}{2x+1}$

a) Etudier les variations de h.

b) Etudier le signe de $h(x)$.

2°/ Soit f la fonction définie par :

$f(x)=x(x+1)\ln(\dfrac{1+x}{x})$ pour $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$

$f(0)=f(-1)=0$

a) Etudier la continuité de f.

b) Etudier la dérivabilité de f.

c) Etudier les variations de f.

Exercice 7 :

On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$$